

Kildecentreret matematikhistorie

Oversættelse af uddrag fra Edmund Halleys 'An Estimate of the Degrees of the Mortality of Mankind'

12. september 2018

Den følgende oversættelse til dansk af uddrag fra EDMUND HALLEYS (1656–1742) 'On the Mode of Communication of Cholera' (Halley, 1693) er et uddrag fra Axelsen, B. Jakobsen og L. Jakobsen (2018).

Referencer

Axelsen, Jeanette M., Bente Jakobsen og Lisbeth Jakobsen (2018). „Halleys overlevelsestavle og livrenter“. I: *Snows spøgelseskort, Halleys livsrenter og Cauchys integraler. Tre gode matematikhistorier*. Udg. af Kristian Danielsen og Henrik Kragh Sørensen. Matematiklærerforeningen. Kap. 3, s. 39–69.

Halley, E. (1693). „An Estimate of the Degrees of the Mortality of Mankind, Drawn from Curious Tables of the Births and Funerals at the City of Breslaw; With an Attempt to Ascertain the Price of Annuities upon Lives“. *Philosophical Transactions*, bd. 17, s. 596–610.

En beregning af graderne af dødelighed ud fra omhyggelige tabeller over fødsler og begravelser i byen Breslau med et forsøg på at fastslå prisen på livrenter.

Af Mr E. Halley, R.S.S.

- 5 Overvejelser over menneskers dødelighed har foruden deres moralske også deres fysiske og politiske anvendelser, hvor de to sidste for nogle år siden er blevet behandlet yderst kompetent af den meget omhyggelige Sir William Petty i hans og Kaptajn John Graunts bog *Naturlige og politiske observationer ud fra oversigterne over dødelighed i London*. Og efterfølgende på samme måde i en afhandling om oversigterne over dødeligheden i Dublin. Men det, man kunne udlede af disse oversigter over dødelighed, syntes selv for de to forfattere at være mangelfuldt. For det første er antallet af personer ikke oplyst. For det andet kunne man ikke få fat på de døde personers alder. Og endelig at på grund af den store og ukontrollerede tilstrømning af fremmede udefra, som dør i både London og Dublin (som det for begge byer fremgår af, at antallet af begravelser er meget højere end antallet af fødsler), så var de uegnede til at danne grundlag for min beregning, som kræver, at de personer, der behandles, hvis det er muligt, ikke bør ændre opholdssted, men dø, hvor de blev født, uden at antallet forøges af en tilfældig tilstrømning udefra eller går ned på grund af fraflytning.
- 10
- 15

Denne mangel synes i stor udstrækning at blive tilgodeset i de seneste omhyggelige tabeller ud fra optegnelser over dødelighed i byen Breslau, som for nylig er blevet tilsendt The Royal Society af Mr Justell, og hvori både alder og køn for alle afdøde er opgjort måned for måned og bliver sammenlignet med antallet af fødsler i de sidste fem år, dvs. 1687, 88, 89, 90 og 91, og som tilsyneladende er blevet udarbejdet med al mulig nøjagtighed og omhu.

Breslau er hovedbyen i provinsen Schlesien og ligger på vestbredden af floden Oder tæt på grænsen mellem Tyskland og Polen og stort set på samme breddegrad som London. Den ligger meget langt fra havet og er altså så meget en indlandsby, som man kan ønske sig, og med en meget lille tilflytning af fremmede. De fattige på stedet såvel som i området er primært beskæftiget med hørproduktion og forarbejdning, hvoraf kommer navnet på den form for klæde, vi kalder Schlesien-klæde, og som er om ikke den eneste handelsvare så stedets hovedvare. Af disse grunde synes denne bys indbyggere at være særdeles egnede til at bruge som standard, og særligt fordi antallet af fødsler i beskeden grad overstiger antallet af begravelser. Den eneste mangel er antallet for hele befolkningen, hvilket jeg i nogen udstrækning har prøvet at etablere ved at sammenligne dødeligheden for personer i alle aldersgrupper, som jeg med al mulig nøjagtighed vil udlede fra den pågældende opgørelse.

Det fremgår, at i disse fem år, dvs. 87–91, begge inklusive, blev der født 6193 personer og begravet 5869, altså årligt født 1238 og begravet 1174. Heraf følger en årlig stigning i befolkningstallet på 64 eller omtrent på en tyvendedel, som måske bliver udlignet af Kejserens udskrivning til soldatertjeneste i hans krige. Men da dette er tilfældigt, og fødselstallet er sikkert, vil jeg antage, at befolkningen i Breslau vokser med 1238 fødsler om året. Det fremgår af den samme tabel, at af disse dør 348 rent faktisk i deres første leveår, og at kun 890 opnår at blive et helt år gamle, og ligeledes at der samlet dør 198 i de fem år fra 1 til 6, taget som gennemsnit, således at kun 692 personer overlever de første seks hele år. Fra denne alder har børnene opnået en vis grad af robusthed, og dødeligheden bliver mindre og mindre, og af den følgende tabel fremgår det, hvor mange personer der dør årligt, hvor den øverste række angiver alderen, og den nedenfor angiver antal personer af den pågældende alder, der dør årligt.

7	8	9	.	14	.	18	.	21	.	27	28	.	35
11	11	6	$5\frac{1}{2}$	2	$3\frac{1}{2}$	5	6	$4\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$	9	8	7	7
36	.	42	.	45	.	49	54	55	56	.	63	.	70
8	$9\frac{1}{2}$	8	9	7	7	10	11	9	9	10	12	$9\frac{1}{2}$	14
71	72	.	77	.	81	.	84	.	90	91	98	99	100
9	11	$9\frac{1}{2}$	6	7	3	4	2	1	1	1	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$

Og hvor der ikke er noget tal angivet, skal antal døde forstås som antallet for årene mellem den foregående og den efterfølgende alder.

Af denne tabel fremgår det klart, at fra alderen 9 til ca. 25 dør der ikke over 6 om året for hvert alderstrin, hvilket er omtrent 1 procent. Og hvor det derimod i aldersgrupperne 14, 15, 16 og 17 synes som om, der dør meget færre, nemlig 2 og $3\frac{1}{2}$, så synes dette snarere at skyldes tilfældigheder på samme måde som for de andre uregelmæssigheder i aldersgrupperne, da disse ville blive korrigeret, hvis antallet af år var større som for eksempel 20 i stedet for 5. Og ud fra vores egen erfaring fra Christ Church Hospital er jeg bekendt med, at der af unge mænd dør omtrent 1 procent årligt i disse aldersgrupper. Fra 25 til 50 ser der ud til at dø 7, 8 eller 9 årligt pr. aldersgruppe, og derefter op til 70 begynder folk at blive mere skrøbelige, og antallet i hver aldersgruppe aftager kraftigt, men da dødeligheden stiger, dør der 10–11 hvert år pr. aldersgruppe. Antallet af levende personer bliver derefter meget lavt, så antal dødsfald falder indtil, der ikke er flere tilbage til at dø, hvilket fremgår ved et enkelt blik på tabellen.

Ud fra disse betragtninger har jeg lavet følgende tabel, som kan bruges til mange ting og giver en mere præcis idé om befolkningens sammensætning og livsvilkår end noget andet, jeg har kendskab til eksistensen af. Den viser antallet af indbyggere i Breslau i alle aldersgrupper fra fødsel til en meget høj alder og viser derfor sandsynligheden for at dø i alle aldre, og ligeledes hvordan man kan fastsætte en præcis beregning af værdien af en livrente, som indtil nu kun er blevet foretaget ud fra en fiktiv værdiansættelse. Ligeledes sandsynligheden for at en person af en hvilken som helst alder lever til en hvilken som helst anden alder, samt mange flere, som jeg nu vil vise. Tabellen viser antallet af personer, der lever i en bestemt aldersgruppe op til den anførte alder:

Al. #	Al. #	Al. #	Al. #	Al. #	Al. #	Al. #	Al. #
1 1000	8 680	15 628	22 585	29 539	36 481		
2 855	9 670	16 622	23 579	30 531	37 472	7	5547
3 798	10 661	17 616	24 573	31 523	38 463	14	4584
4 760	11 653	18 610	25 567	32 515	39 454	21	4270
5 732	12 646	19 604	26 560	33 507	40 445	28	3964
6 710	13 640	20 598	27 553	34 499	41 436	35	3604
7 692	14 634	21 592	28 546	35 490	42 427	42	3178
Al. #	Al. #	Al. #	Al. #	Al. #	Al. #	Al. #	Al. #
43 419	50 346	57 272	64 202	71 131	78 58	49	2709
44 409	51 335	58 262	65 192	72 120	79 49	56	2194
45 397	52 324	59 252	66 182	73 109	80 41	63	1694
46 387	53 313	60 242	67 172	74 98	81 34	70	1204
47 377	54 302	61 232	68 162	75 88	82 28	77	692
48 367	55 292	62 222	69 152	76 78	83 23	84	253
49 357	56 282	63 212	70 142	77 68	84 20	100	107
						34000	
						Sum	Total

Det fremgår således, at hele Breslaus befolkning består af 34000 sjæle, da dette er den samlede sum af personer i alle aldersgrupper i tabellen. Den første anvendelse er at vise andelen af våbenføre mænd i en befolkning af en vilkårlig størrelse, hvilket er dem mellem 18 og 56 snarere end 16 og 60. Førstnævnte er generelt for svage til at udholde krigens slidsomme pligter og bære vægten af våben, og sidstnævnte er for skrøbelige og svagelige på grund af alder til trods for individuelle eksempler på det modsatte. I denne by angiver tabellen 11997 personer under 18 og 3950 over 56, hvilket tilsammen giver 15947, således at resten ud fra de 34000 bliver 18053, som angiver antallet af personer mellem de to aldersangivelser. Mindst halvdelen heraf er mænd, dvs. 9027, så denne by kan samlet set stille med en styrke af våbenføre mænd [...] på ca. 9000 eller 9/34 eller en smule mere end en fjerdedel af befolkningstallet, hvilket muligvis kan gælde som en regel for alle andre steder også.

Den anden anvendelse af denne tabel er at vise de varierende grader af dødelighed eller snarere levedygtighed i alle aldersgrupper, for hvis antallet af personer på et hvilket som helst alderstrin, som er i live efter et år, divideres med forskellen mellem dette og den foregående alder, viser det de odds, der er for, at en person på nævnte alder ikke dør i løbet af et år. For eksempel har en person på 25 oddsene 560 til 7 eller 80 til 1 for, at han ikke dør inden for et år. For ud af de 567 på alderstrin 25 dør der kun 7 på et år og efterlader 560 på 26.

På samme måde gælder det for oddsene for, at en vilkårlig person ikke dør, før han opnår en vilkårligt valgt alder. Tag for eksempel antallet af de tilbageværende personer på det ældste alderstrin, og divider det med forskellen mellem det og antallet af personer på et tidligere alderstrin, og dette

85 viser oddsene for en gruppe personers liv eller død. Eller hvad er for eksempel oddsene for, at en mand på 40 lever 7 år mere? Tag antallet af personer på 47, som i tabellen er 377, og træk det fra antallet af personer på 40, som er 445, hvilket giver differencen 68. Dette viser, at antallet af personer, der dør i disse 7 år, er 68, og at der er 377 mod 68 eller $5\frac{1}{2}$ mod 1 for, at en mand på 40 rent faktisk lever 7 år mere. Dette gælder på samme måde for ethvert andet antal leveår.

90 Anvendelse III. Men hvis man spørger om, hvor mange år der går, før en person på et vilkårligt alderstrin har en fifty-fifty chance for at være død, giver denne tabel nem adgang til et svar. For hvis antallet af personer, der lever på et givent alderstrin halveres, kan man ved hjælp af tabellen finde det år, hvor det pågældende antal er reduceret til det halve på grund af død, og det er den alder, som en person på det pågældende alderstrin har fifty-fifty mulighed for at nå, før han dør. For eksempel
95 gælder for en person på 30, at der i hans aldersgruppe er 531, halvdelen heraf er 265, hvilket er det tal, jeg finder ligger mellem 57 og 58, således at en mand på 30 rimeligvis kan forvente at leve mellem 27 og 28 år mere.

Anvendelse IV. Ud fra hvad der er sagt, bør prisen på livsforsikringer reguleres, og man finder forskellen mellem prisen for at livsforsikre en mand på 20 og på 50. For eksempel er der 100:1 for at
100 en mand på 20 ikke dør inden for et år og kun 38:1 for en mand på 50.

Anvendelse V. Værdifastsættelsen af livrenter er afhængig af dette, for det er klart, at køberen kun bør betale for den del af værdien af livrenten, som han har chancer for at leve, og denne bør beregnes pr. år, og summen af alle disse årlige værdier vil så give værdien af livrenten for den pågældende person. Nutidsværdien af det beløb, der skal udbetales efter et vist åremål med en bestemt forrentning,
105 kan enten findes ved hjælp af allerede udarbejdede tabeller eller næsten lige så enkelt med en logaritmetabel. For det aritmetiske komplement af logaritmen af én plus den årlige rente (dvs. af 1,06 for seks procent, altså 9,974694) ganget med antallet af år giver den nutidige værdi af et pund til betaling efter dette antal år. Det vil så ud fra det ovenstående princip være som antallet af personer i live efter dette antal år i forhold til antallet af døde. Sådan er oddsene for, om en given person er i live eller
110 død. Og følgelig som summen af begge, dvs. antallet af personer i live på et givet tidspunkt i forhold til det tilbageværende antal efter så mange år (begge angivet i tabellen), således er den nuværende værdi af den årlige sum til betaling efter den pågældende tidsperiode i forhold til den sum, som bør betales for den chance, personen har for at nyde en sådan livrentesum efter så mange år. Og når dette bliver gentaget for hvert af personens leveår, er summen af alle disse nutidsværdier for disse chancer
115 den sande værdi af livrenten. Dette vil utvivlsomt synes at være en yderst arbejdskrævende beregning, men da dette er en af de vigtigste anvendelser af disse overvejelser, og da jeg har fundet en vis sammenfattende fremstilling af dette arbejde, har jeg gjort mig den ulejlighed at udarbejde følgende tabel, der er det kortfattede resultat af et ikke uvæsentligt antal aritmetiske udregninger. Den viser værdien af livrenter for hvert femte år op til en alder af 70 år.

Alder	Værdi	Alder	Værdi	Alder	Værdi
1	10,28	25	12,27	50	9,21
5	13,40	30	11,72	55	8,51
10	13,44	35	11,12	60	7,60
15	13,33	40	10,57	65	6,54
20	12,78	45	9,91	70	5,32

120 Dette viser den store fordel ved at sætte penge ind i den fond, der på det seneste er bevilget til Deres Majestæter, som giver 14 procent pr. år eller med en pris på 7 årsudbetalinger for et liv, når unge liv ved den almindelige forrentningsprocent har en værdi af over 13 års udbetalinger. På samme måde viser den fordel for unge liv over for dem oppe i årene, da et liv på 10 år er næsten
125 $13\frac{1}{2}$ årsudbetalinger værd, hvorimod et på 36 kun er 11 værd.

[...]

130 Ud over ovennævnte anvendelser er det måske ikke en uacceptabel ting at udlede fra den samme tabel, hvor uretfærdigt vi begræder, hvor korte vores liv er og mener, at der er begået uret mod os, hvis vi ikke opnår en høj alder, idet det her fremgår, at halvdelen af dem, der bliver født, er døde efter 17 år, da 1238 i det tidsrum er reduceret til 616. Så i stedet for at beklage os over det, vi kalder en for tidlig død, burde vi tålmodigt og ubekymret underkaste os den opløsning, som er en nødvendig omstændighed for vores forgængelige legeme og dets fine og skrøbelige struktur og sammensætning. Og at betragte det som en velsignelse, at vi måske med mange år har overlevet det tidspunkt i livet, som den ene halvdel af menneskeheden ikke når til.

135 En yderligere iagttagelse, jeg gør ud fra denne tabel, er, at væksten og forøgelsen af menneskeheden ikke bliver begrænset så meget af noget i vores arts natur, som det sker på grund af den forsigtige tilgang, som de fleste mennesker har til at kaste sig ud i ægteskabet og på grund af problemerne og omkostningerne ved at forsørge en familie. Og man kan ikke bebrejde fattigfolk for dette, da deres problemer med at opretholde livet skyldes den ulige fordeling af ejendom, da de alle nødvendigvis 140 ernærer sig ved dyrkning af jorden, som så få er ejere af. Så at de ud over sig selv og deres familier desuden skal arbejde for dem, som ejer jorden, der ernærer dem. Og hovedparten af menneskeheden består af den slags mennesker. Ellers er det klart, at der sagtens kunne være fire gange så mange fødsler, som vi har nu. For ud fra beregninger fra tabellen finder jeg, at der er næsten 15000 personer over 16 og under 45, hvoraf mindst 7000 er fødedygtige kvinder. Disse føder imidlertid kun 1238 om året, 145 hvilket kun er lidt mere end en sjettedel. Således at omtrent en ud af seks af disse kvinder formerer sig hvert år, hvorimod det, hvis de alle var gift, ikke ville forekomme mærkeligt eller usandsynligt, at fire ud af seks ville bidrage med et barn hvert år. De politiske konsekvenser heraf vil jeg ikke dvæle ved, blot dette, at en konges styrke og storhed ligger i antallet af hans undersåtter. Jeg vil kun lige bemærke, at man først og fremmest bør bekæmpe, at folk ikke gifter sig, for eksempel ved særskatter 150 og militærtjeneste. Og de, der har familier med mange børn, bør mødes med og opmuntres af love som for eksempel Jus trium Liberorum hos romerne. Men især ved en effektiv indsats for at sørge for de fattiges eksistensgrundlag ved at finde arbejde til dem, så de kan tjene til livets opretholdelse uden at ligge samfundet til byrde.