

# Kildecentreret matematikhistorie

## Opgaver hørende til Halleys overlevelsestavle og livrenter

Jeanette M. Axelsen, Bente Jakobsen og Lisbeth Jakobsen (2018). „Halleys overlevelsestavle og livrenter“. I: *Snows spørgeskort, Halleys livsrenter og Cauchys integraler. Tre gode matematikhistorier*. Udg. af Kristian Danielsen og Henrik Kragh Sørensen. Matematiklærerforeningen. Kap. 3, s. 39–69

### Opgave 3.1.

Læs ovenstående citat, som stammer fra starten af EDMUND HALLEYS (1656–1742) artikel. Hvad var problemet med WILLIAM PETTYS (1623–1687) og JOHN GRAUNTS (1620–1674) behandling af dødeligheden i befolkninger?

**Opgave 3.2.**

1. Prøv at beskrive den praksis, som HALLEY viser i det ovenstående citat, omkring det at få konstrueret sin tabel.
2. Hvorfor egner Breslau sig godt til HALLEYS forehavende?
3. Hvordan ligner denne praksis empiristernes ideal? Rationalisternes? FRANCIS BACONS (1561–1626)?

**Opgave 3.3.**

HALLEY gør sig nogle antagelser i ovenstående uddrag. Hvilke? Og er de rimelige? Argumenter for dine svar uanset om du på sidste spørgsmål svarer bekræftende eller afkræftende.

**Opgave 3.4.**

Hvordan blev prisen på livsforsikringer fastsat af kongen? Og hvordan vil HALLEY gerne have prisen fastsat? Og hvilken livsanskuelse ligger der til grund for dette? Sammenlign igen med de tre positioner altså empirisme, rationalisme samt BACONS syn på videnskabelig praksis.

**Opgave 3.5.**

Hvad prøver HALLEY at sige i dette afsnit? Hvilken af de tre skitserede videnskabsteoretiske positioner læner han sig op ad her? Og er vi her vidne til en samfundskritik? Hvis ja: hvilken? Og hvis nej: hvad prøver HALLEY så at opnå med dette?

**Opgave 3.6.**

Tilføj de to tabelværdier, som HALLEY oplyser i uddraget, til tabellen i figur 3.3.

**Opgave 3.7.**

HALLEY nævner ikke, hvor mange 6-årige, der dør pr. år. Hvis det er 11, hvor mange overlever så til deres 7 års fødselsdag?

Tilføj svaret i overlevelsestavlen i figur 3.3 og udfyld den op til 21 år ved hjælp af HALLEYS tabel i ovenstående uddrag.

**Opgave 3.8.**

Indtegn punkterne fra overlevelsestavlen fra 6–21 år i et koordinatsystem, og kommentér forløbet.



**Opgave 3.9.**

HALLEYS mål var at konstruere en overlevelsestavle, der ikke kun sagde noget om lige netop Breslau i årene 1687–1691, men som mere universelt fortalte noget om „menneskehedens egenskaber“. I uddraget beskriver han et problem med datamaterialet. Forklar, hvad det er for et problem.

**Opgave 3.10.**

HALLEY ville også gerne opnå, at overlevelsestavlen kunne vise, hvor mange mennesker der rent faktisk var i hver aldersgruppe. Forklar hvorfor tabellen IKKE viser, at der er 1238 personer i byen, der er under 1 år gamle, og heller ikke 890 personer, der er 1 år gamle, som er de tal, der optræder i uddraget fra teksten på side 52.

**Opgave 3.11.**

Kig på de to søjler yderste til højre. Hvad dækker tallene over?

Hint: Kig f.eks. på 5547, kan du finde en samling af tal, der tilsammen giver 5547?

**Opgave 3.12.**

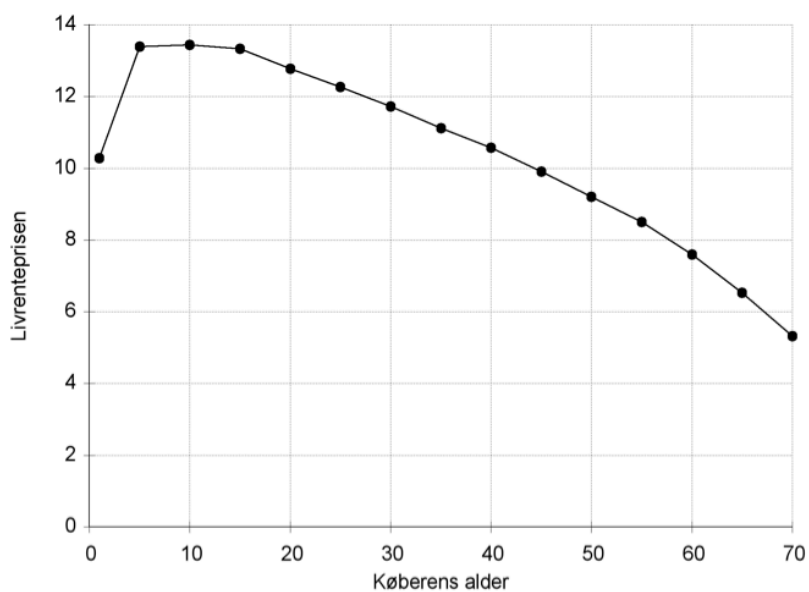
1. Sammenlign HALLEYS overlevelsestavle med den, du lavede i opgave 3.7, og kommentér forskelle og ligheder.
2. Tegn punkterne fra HALLEYS overlevelsestavle op til 21 år i et koordinatsystem og sammenlign med opgave 3.8. Hvorfor har HALLEY givet kurven et pænt glat forløb uden knæk? Hvorfor starter kurven mon i tallet 1000?
3. Anvendes overlevelsestavler også nu om dage? Inden for hvilke fagområder? Til hvad?

**Opgave 3.13.**

Hvor mange procent udgør 1£ ud af 7£? Forklar, hvad HALLEY siger i uddraget. Hvad ville man modtage i årlig livrente, hvis man indbetalte 35£?

### Opgave 3.14.

Prislisten i tabellen er illustreret i nedenstående figur.



1. Forklar det mønster, du ser, ud fra simpel kendskab til dødelighed og overlevelse i Breslau.

HALLEY forklarer i forbindelse med tabellen, at unge liv er mere værd: „“.

2. Argumenter på samme måde for værdien af en 70-årig i sammenligning med en 40-årig.
3. Argumenter også for værdien af en 1-årig i sammenligning med en 5-årig.

**Opgave 3.15.**

Hvis renten er 6%, og vi vil have udbetalt 1£ om 5 år, hvad er så nutidsværdien af dette pund?

**Opgave 3.16.**

Forsøg at gennemføre beregningen i opgave 3.15 uden lommeregner eller computer, men kun med papir og blyant.



**Opgave 3.17.**

Sammenlign konklusionen med dit resultat i opgave 3.15.

**Opgave 3.18.**

Forklar tabelopslaget i beregningens skridt 5. Hvad er underforstået her?

**Opgave 3.19.**

1. Anvend den viste metode til at beregne nutidsværdien af 1£ til udbetaling efter 10 år med en årlig rente på 6%. Kontrollér dit resultat vha. formlen for nutidsværdi  $K_0 = K_n/(1+r)^n$ .
2. Anvend den viste metode til at beregne nutidsværdien af 1£ til udbetaling efter 10 år med en årlig rente på 4%. Kontrollér igen dit resultat vha. formlen for nutidsværdi  $K_0 = K_n/(1+r)^n$ .

**Opgave 3.20.**

1. Forklar den sidste omskrivning af beregningen i skridt 3 ovenfor.
2. Tjek påstanden om, at når  $1 \leq n \leq 39$  er  $n \cdot \log(1,06)$  et tal mellem 0 og 1, og dermed har tallet  $10n - n \cdot \log(1,06)$  heltalsdelen  $10n - 1$ .
3. Forklar den sidste omskrivning af beregningen i skridt 4 ovenfor.
4. Forklar omskrivningerne i skridt 5.
5. Hvordan skal metoden ændres, hvis  $n \geq 40$ ?

**Opgave 3.21.**

Lav selv et regneark svarende til det ovenstående (figur 3.7). Hvad bliver den samlede nutidsværdi, hvis vi regner med 20 udbetalinger i stedet for 5? Prøv også at ændre renten til f.eks. 8% i stedet for 6%. Hvad sker der så med den samlede nutidsværdi? Forklar dette.

**Opgave 3.22.**

Bestem ved hjælp af HALLEYS overlevelsestavle sandsynligheden for, at en person på 20 år bliver mindst 70 år. Bestem også sandsynligheden for, at en person på 65 år bliver mindst 70 år.

**Opgave 3.23.**

Forklar hvert enkelt trin i beregningen af  $R_{95}$ , og lav selv et tilsvarende regneark.

**Opgave 3.24.**

Eftervis beregningerne for de første tal i søjle D og E og resultatet i søjle F i regnearket (figur 3.10) ved at bruge formlen for  $R_k$ .



**Opgave 3.25.**

Beregn efter samme metode livrenteprisen for en person på 50 år og sammenlign med HALLEYS pristabel.

**Opgave 3.26.**

1. Lav et regneark, der ved hjælp af den rekursive metode regner baglæns fra  $R_{70}$  til  $R_{65}$ . Sammenlign med HALLEYS pristabel: Hvor godt passer dit resultat?
2. Udvid dit regneark, så du kan regne længere tilbage, og sammenlign resultaterne med HALLEYS pristabel.

**Opgave 3.27.**

Bevis formlen for den rekursive metode i tilfældet  $k = 4$ :

$$R_4 = \frac{P_5}{P_4} \cdot \frac{1 + R_5}{1 + r}.$$