

Kildecetreret matematikhistorie


Algorismus fra Hauksbók: Oversat til dansk fra den norske oversættelse i Bekken, Nielsen og Thorvaldsen (2010)

Henrik Kragh Sørensen

Emilie Gertz, Kristian Danielsen og Henrik Kragh Sørensen (2020). *Algorismus i Hauksbók. Hvordan de hindu-arabiske tal blev introduceret i Island.*

Kildecetreret matematikhistorie til de gymnasiale uddannelser. Accepteret

Dansk oversættelse af *Algorismus fra Hauksbók*

1. Her begynder algorismus. Denne kunst hedder algorismus. Den blev først fundet af inderne, som udformede den med X tegn, som bliver skrevet således: 

På den første plads står det første tegn for én, det andet for II, det tredje for tre og så videre lige til det sidste, som hedder nul. Disse tegn skal man begynde med fra højre og skrive mod venstre, ligesom på hebræisk.

2. Om tegnenes betydning. Hvert af disse tegn står for sin værdi på den første plads. Men hvis det sættes på den næste plads i forhold til hvor det står, betegner det X gange så meget som sig selv, og på hver ny plads du sætter tegnet i forhold til hvor det stod før, betegner det altid X gange mere på pladsen til venstre end på den nærmeste plads før. Nul betegner ingenting i sig selv, men det markerer pladsen og giver de andre cifre værdi.

3. Om tegnenes inddeling. Derefter skal man kende til tredelingen af tegnene og alle tal, idet hvert tal mindre end X hedder finger, men hvert tal som svarer til et antal tiere hedder led, uanset om det er stort eller lille. Men tallet, som består af både led og fingre, hedder et sammensat tal.

4. Om finger og ciffer. Hvis du vil skrive et tal, så tænk over, om det kun er en finger, og skriv så på den første plads det ciffer, som er nødvendigt, på følgende vis: 8. Men hvis du vil skrive et led, så sæt nul før cifferet på denne vis: 70. Hvis du vil skrive et sammensat tal, så sæt fingeren før leddet, som her: 65.

5. Hvordan et tal bliver lige eller ulige. Ethvert tal, som du skriver, er lige, hvis det svarer til et antal tiere eller desuden indeholder en lige finger. Men tallet er ulige, hvis det desuden

indeholder en ulige finger. Af lige fingre er der fire: 2, 4, 6, 8 og af ulige fire andre: 3, 5, 7, 9. En er hverken det ene eller det andet, fordi det ikke er et tal, men snarere ophavet til alle tal.

6. [Regningsarterne.] I syv er denne kunsts grene delt: Den første hedder at lægge til, den anden at trække fra, den tredje fordobling, den fjerde halvering, den femte mangfoldiggørelse, den sjette deling, den syvende at tage roden af. Og denne gren går i to retninger: den ene er at tage rod af firkantede tal, den anden er at tage rod af ottehjørnede tal, som har terningform.

7. Hvordan du skal trække fra og lægge til. Fra højre skal du trække fra, lægge til og halvere, men fra venstre skal du fordoble, dele, mangfoldiggøre og uddrage begge slags rødder.

8. Her forklares det, hvordan et tal lægges til et andet. Hvis du vil lægge et tal til et andet, så skriv det største tal øverst, og sæt det mindste tal lige så langt til højre, og læg først cifferet, som står længst til højre til tallet. Hvis hele det tal tilsammen er en finger, så skriv den ned på samme plads. Men hvis tallet bliver sammensat, så skriv fingeren ned på den første plads, og læg leddet til det tal, som står på næste plads fra før. Men hvis der kommer et led ud af at lægge til på enerpladsen, så skriv nul der og læg leddet til det tal, som står nærmest, hvis der er et tal der, eller skriv det der alene. Men hvis der står nul der, så tag det bort og skriv leddet der. Læg derefter de andre cifre sammen på samme måde.

9. [Om at trække fra.] Hvis du vil trække et tal fra et andet, så skriv de to tal, som når du lægger til, og sæt altid det mindste tal nederst og desuden lige så langt til højre. Så trækker du fra det første ciffer det tal, som står under det, hvis det går, og skriv det ned på samme plads, hvis der er noget tilbage, eller sæt nul der.

Men hvis du ikke kan trække fra det første ciffer fordi det, der står nedenunder, er større, så tager du en fra næste ciffer. Husk på, at det betyder X på forrige plads. Træk så fra dette tal det tal, som står nedenunder, og skriv på samme plads det, der bliver tilbage. Hvis der står nuller øverst, så tag en fra det ciffer, som står nærmest nullerne og skriv ni, der hvor nullerne var, lige til du kommer til den plads, hvor du vil trække fra. Og træk så tallet fra de ti, som der var behov for på den plads, og skriv på samme plads det, der bliver tilbage.

10. Hvordan man skal fordoble tal. Hvis du vil fordoble et tal, så skriv først det tal ned, som du ønsker [at fordoble]. Dernæst fordobler du cifferet længst til venstre og skriver det overskydende på den forrige plads, som når du lægger til. Men hvis semistegnet står over enerpladsen, lægger du en til, for da var det tidligere et ulige tal, som var halveret på den plads.

11. [Om halvering.] Men hvis du vil tage halvdelen af et tal, så skriv det tal ned, som du vil

[tage halvdelen af], og tag halvdelen af encifferet, hvis det er lige. Men hvis det er ulige, så del i halvdele det, som er over én, og fjern én, men skriv over pladsen det tegn, som betyder halv, og som vi kalder semis og laves således: $\frac{1}{2}$. Men hvis cifferet er én, så sæt nul i stedet.

Tag dernæst halvdelen af det andet ciffer på samme måde, hvis det er lige. Men hvis det er ulige, så tag halvdelen af det, som er lige. Tag en op og sæt fem på forrige plads, fordi det er halvdelen af X. Men hvis der på anden plads står én, så tag den op, skriv V på forrige plads, men sæt nul der, hvor den stod. Nul betyder ingenting, med mindre der står et ciffer til venstre for det. Gå så frem på lignende måde lige så mange cifre, der er.

12. Om mangfoldiggørelse. Hvis du vil gange et tal med et andet, skriv da to rækker med tegn på den måde, at det yderste ciffer i det tal, som du ganger med, står under det første tegn i det øverste tal, med alle de andre, som står nederst, til venstre for dette. Dernæst skal du tænke på, hvor meget det største ciffer, du vil gange, mangler til X. Så mange gange skal du trække det mindste tal, du vil gange, fra sine tiere. For at du skal forstå dette, gang VII med ni. Ni mangler én til X. Derfor tager du én gange VII fra VII tiere. Da bliver der tilbage III og VI tiere. Dette er VII gange ni. På samme måde kan du prøve med andre tal. Gang det første ciffer på rigtig vis med alle de, som står nedenunder, og skriv over hvert ciffer, den mangfold, som det har, og til venstre det, som ikke kan stå over det, på næste plads ved at lægge rigtigt til. Og når dette ciffer er ganget, fører du det yderste af de, der står nedenunder, under næste ciffer, og ganger med det ligesom med det forrige. Hvis gangningerne giver dig et led, så sæt nul øverst og leddet til venstre. Men hvis det bliver både finger og led, så skriv fingeren over det ciffer, som du gangede med, og leddet på næste plads. Men hvis der bare bliver en finger ud af gangningerne, så skriv den øverst. Hvis der står et nul i det øverste tal, så hop over det, for nullet har ikke noget mangfold. Du må også passe på at fjerne de cifre, som står øverst, straks du har ganget med dem, og at skrive den rette finger på den plads, hvor den hører til, eller nul, hvis det er rigtigere. Men læg det, som bliver tilbage, til det, som står til venstre. Hvis der står nul øverst i det ciffer, du ganger med, så fjern det hvis der bliver en finger ud af gangningerne. Ellers skal nullet blive stående. Hvis du er i tvivl om du har ganget rigtigt, så del hele tallet med det, du gangede med. Det er det tal, som stod nedenunder, og du vil få det samme tal, som du før havde.

13. Om deling. Hvis du vil dele et tal i dele, så skriv to rækker med tegn og skriv det mindste tal underst. Det største kan være dobbelt så stort, tre eller fire gange så stort. Sæt det forreste ciffer, som står nedenunder, mod det første ovenfor, og de andre videre mod højre, indtil enden af

de, som står nedenunder. Derefter skal du tænke på, hvor mange gange den første finger er i [dvs. går op i] det, som står over, og på en sådan måde, at lige så mange gange skal de, som følger efter dette ciffer, gå op i det tal, som står ovenover. Sæt denne finger lige over det yderste ciffer, som står nede, og samtidig over begge rækker. Træk derefter det første [af de nederste cifre] fra det første [øverste] ciffer, og dernæst et for et så mange gange [som fingeren tilsiger] fra det øverste tal. Hvis der [kun] står et tal nederst, så træk det fra det øverste tal. Flyt derefter hele tallet, som står nederst, én plads [til højre] og find den anden kvotient, og sæt den ved siden af den første, og træk det nederste tal i [ganget med] den anden kvotient fra det øvre, og gør på samme måde så mange gange, som det er nødvendigt. Men hvis du ikke får det nederste tal til at gå op i [cifrene i] det øverste, så sæt fingeren, som står forrest for neden, nærmest den første, og de andre på samme vis mod højre, og find derefter kvotienterne på samme vis [som ovenfor]. Flyt derefter cifrene, som er nødvendige, og skriv kvotienterne øverst, så mange som er nødvendige. Men hvis et nul står nedenunder, så springer du over det, for det kan du ikke dele med. Når du kommer under det yderste ciffer og har delt det, skal du ikke dele længere. Men pas på det tal, som står til rest, hvis der er noget. Men hvis du vil prøve, om du har delt rigtigt, så gang tallet, som stod underst, med kvotienterne, og du vil få det tal, som du først havde. Men hvis der blev noget til rest i delingen, så læg det til, efter du har ganget ud, og du vil finde samme tal.

14. [Om at tage kvadratrødder.] Når du tager et tal og ganger det med sig selv, hedder det tal, du får, et firkanttal eller kvadrattal. Det første tal, som du gangede [med sig selv] hedder rod. Ethvert tal er rod til et tal. Men ikke alle tal er firkanttal. Hvis du vil finde roden til et tal, så skriv først det tal, du vil. Under første ulige plads [fra venstre] skriver du et ciffer, som du ganger med sig selv, og trækker fra det, som står øverst, som, [når du ganger,] kommer nærmest dette. Dernæst fordobler du det samme ciffer. Det [du får,] hedder dupl. Træk cifferet fra, det hedder subdupl. Husk subduplet, men skriv duplet på næste plads, hvis det er en finger. Men hvis det er et led, så skriv det der, hvor det forrige ciffer stod, og sæt et nul efter, eller en finger, hvis det er et sammensat tal. Find dernæst et nyt ciffer, og gang det med duplet, og træk fra det øverste tal det tal, som du gangede [dig frem til]. Så ganger du [det sidste] ciffer med sig selv, og trækker det tal fra det øvre lige over det. Dernæst fordobler du [det sidste] ciffer samtidig med det forrige subduplet, men mærker dig cifferet. Sæt det nye dupl på næste plads som før. Find dernæst et nyt ciffer og gang det med begge duplerne samtidig, men efter at du har flyttet [og flyt] det forrige duplet én plads nærmere det sidste duplet, og læg til det led, der stod fra før i dette duplet. Gang

derefter det nye ciffer med begge duplerne, og træk det tal [du så får] fra det øvre lige over duplet. Gør på samme måde så ofte, som er nødvendigt, og gang et nyt ciffer med alle duplerne, og flyt dem altid en plads videre, indtil du kommer til den yderste plads [mod højre]. Hvis hele det tal, som du skrev i begyndelsen, slutter, så var det tal et firkanttal. Og roden til det tal er alle de cifre, som du har fordoblet, medregnet det sidste ciffer, som du fandt. Gang roden med sig selv, og du vil få det samme tal som i begyndelsen, hvis du har gjort det rigtigt. Hvis der bliver noget til rest af tallet, når du udtrækker roden, så var det tal ikke et firkanttal. Læg det tal til det, som du fik, når du gangede rødderne sammen, og du vil få det første tal. Det tal, som roden og resten udgør tilsammen, er roden til et større tal. Hvis den første plads [fra venstre] i det tal, som du skrev, var lige, så find et ciffer under næste ciffer og gang på samme vis.

15. [Om at tage kubikrødder.] Hvis du ganger et firkanttal rigtigt med sig selv, så hedder det tal, som kommer ud af gangningen, et terningtal, kubiktal. Det er lige stort på alle ledder. Roden til kubiktallet var den samme som til firkanttallet. Ethvert tal er rod til et terningtal eller et kubiktal, men ikke ethvert tal er et kubiktal. Hvis du vil finde roden til et kubiktal, tænk på hvor stort tallet er, og på hvor mange pladser, der er. Find dernæst en finger på den forreste tusindplads. Tusindpladser kalder vi alle de, som kan deles i hele tusinder; det er den fjerde, den syvende, den tiende og den trettende, og [du] springer altid [over] II pladser. Du skal begynde dette arbejde fra venstre. Gang den finger, du fandt, kubisk med sig selv; det vil sige mangfoldiggjort to gange, først med sig selv og anden gang med det tal, som fremkom [i første gangning]. Træk dernæst hele dette tal fra det øvre tal lige over fingeren selv. Trefoldiggør dernæst fingeren, og spring over én plads med det tal, og sæt det på tredje plads [mod højre] foran fingeren, hvis der er en finger. Men hvis der er et led, så sæt nul der og leddet på den forrige plads. Men hvis der er et sammensat tal, så sæt fingerne på samme plads, men leddet på den forrige. Find dernæst en ny finger på nærmeste plads til det trefoldige tal, som hedder trippel, og gang med triplet den [nye finger] samt det ciffer, du først fandt, som bliver kaldt subtrippel, således at den [nye finger] står til højre for det [cifferet]. Gang dernæst [den nye] finger alene med det tal, som kom ud af [den sidste] gangning, og som vi kalder produktet. Træk så hele dette tal fra det øvre lige ovenfor der, hvor triplet stod.

Dernæst ganger du den samme finger kubisk med sig selv og trækker det fra det øvre tal lige ovenover fingeren selv. Tag denne finger og trefoldiggør her som ved den forrige, og find så en ny finger og gang den samt begge subtriplerne med triplerne. Flyt altid triplet videre bagefter,

således som du gør i den mindre roduddragning med dupl, bortset fra, at her skal du altid springe [over] én plads, men alligevel lægge trippel til trippel på samme vis ved at lægge rigtigt til. Fortsæt på samme måde, så længe det er nødvendigt, og du kommer til den yderste plads [mod højre]. Men det må du omhyggeligt huske på, når du finder fingrene, at de ikke tager så meget fra det øvre tal, at der ikke bliver plads til det tal, du får, når du ganger triplerne, eller til det andet tal, du får, når du ganger fingeren ud senere. Husk altid på såvel subtriolet som triplet. Pas også på, hvis der kommer nuller i subtriolet, at disse ikke giver noget mangefold eller trefold. Men de beholder sine pladser, så længe der står et ciffer til højre for dem. Og det er mindst vanskeligt at lægge triplerne sammen, hvis det altid foregår sådan, som det er beskrevet i afsnittet om kunsten at lægge til. Alle fingrene, som var subtripler, og den yderste finger tillige, er roden til det største tal, som du skrev først, hvis hele tallet gik op i fratrækningen. Og hvis du ganger subtriplerne kubisk med sig selv, så vil du finde det første tal. Men hvis der blev noget til rest i fratrækningen, så er tallet ikke kubisk, men alligevel er denne rest, sammen med subtriplerne, roden til et andet kubiktal. Hvis du ganger roden til det mindre tal kubisk og lægger resten til det tal, du får i gangningen, så vil du få det første tal, som du skrev. Nu skriver vi ikke mere om dette for denne gang.

16. Dette er firkanttallene af fingrene ganget med sig selv: af 3 [får vi] 9, kvadratet af 2 [er] 4, af 4: 16, kvadratet af 5: 25, af 6: 36, kvadratet af 7: 49, kvadratet af 8: 64, kvadratet af 9: 81. Og kunsten at finde fingrene ganget med sig selv er som skrevet ovenfor. Dette er kubiktallene af fingrene ganget kubisk med sig selv: 3 [som] rod [giver] 27 [som] kubiktal, 2 rod: 8 kubiktal, 4 rod: 64 kubiktal, 5 rod: 125 kubiktal, 6 rod: 216 kubiktal, 7 rod: 343 kubiktal, 8 rod: 512 kubiktal, 9 rod: 729 kubiktal.

17. Hvert firkanttal har II mål, som er bredde og længde, mens kubiktal har trefoldige mål, som er bredde og længde og tykkelse eller højde. Og derfor siger vismændene, at ethvert synligt legeme er sammensat af disse tal, fordi det altid har disse trefoldige mål. Fordi den evige visdom og den eneste Gud ville skabe en synlig og legemlig verden, satte han først som de II yderste hovedformer ild og jord, for ingenting være rigtig synligt uden dem, eftersom ild giver lys og bevægelse og jord [giver] fasthed og støtte. Men fordi disse har tre forskellige og modstræbende egenskaber, var det en naturlig nødvendighed at sætte noget mellem dem, som kunne forlige deres uforenelighed. Og som det før blev sagt, at ild og jord og alt legemligt er sat sammen af de trefoldige tal, som vi kalder kubiktal, så skrive vi disse to kubiktal således. Vi skriver jorden på denne vis: to gange II gange to 2.4.8, men ilden således: tre gange III gange tre 3.9.27. Men fordi

der ikke kan findes et midtpunkt mellem disse tal, som i samme forhold hører til hvert af disse to, og heller ikke til noget andet kubiktal, så finder vi to forholdstal mellem dem på denne vis: Vi ganger roden til det største kubiktal med kvadratet [på roden] til det mindste. Det er to gange II gange 3 2.4.12, og roden til det mindste kubiktal med kvadratet [på roden] til det største. Det er tre gange tre gange to 3.9.18. Disse to tal forholder sig ens til de to første kubiktal, fordi 27 har i sig 18 og halvdelen af 18. Men 18 har i sig 12 og halvdelen af 12. Således har også tallet 12 i sig 8 og halvdelen af 8. På samme måde skal du altid finde forholdstal mellem to kubiktal. Således skabte Gud to hovedformer mellem ild og jord, [nemlig] luft og vand. Vand har to egenskaber og II tal fra jord, og fra ild en egenskab og et tal. Men luft har II egenskaber og II tal fra ild, men en [egenskab] og et tal fra jord. Og ild er så meget lettere end luft, som 27 er større end 18. Men luft er så meget lettere end vand, som 18 er større end 12, vand så meget lettere end jord, som 12 er større end 8. Dette kan til fulde forstås i denne figur, som står her, og som kaldes kubus perfectus.