

# Kildecntreret matematikhistorie

## Opgaver til *Algorismus i Hauksbók*

Emilie Gertz

Kristian Danielsen

Henrik Kragh Sørensen

29. februar 2020

### Litteratur

Gertz, Emilie, Kristian Danielsen og Henrik Kragh Sørensen (2020). *Algorismus i Hauksbók. Hvordan de hindu-arabiske tal blev introduceret i Island*. Kildecntreret matematikhistorie til de gymnasiale uddannelser. Accepteret.

### Opgave 3.1

1. Hvor mange tegn har algorismus?
2. I den opridenlige tekst kaldes nul for *cifra*. Undersøg hvad det ord dækker over. Hint: Prøv at søge på ordet 'ciffer'.
3. Hvad menes der med, at tallene skrives som på hebræisk?

### Opgave 3.2

1. Hvordan får et tegn værdi?
2. Hvad kalder vi sådan et system?
3. Udfyld nedenstående skema og forklar sammenhængen mellem 7's plads og dets værdi.

		70.000			700		
$10^7$	$10^6$	$10^5$	$10^4$	$10^4$	$10^2$	$10^1$	$10^0$

4. Hvilke værdier får 7 hvis man flytter det længere til højre? Udfyld følgende skema. Står der noget om det i *Algorismus*?

$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$

### Opgave 3.3

1. Giv eksempler — med de tal, du bruger i dag — på
  - a) et tal, der svarer til en finger,
  - b) et tal, der svarer til et led, og
  - c) et tal, der er sammensat.
2. Hvornår skifter et tal fra at være en finger til at være et led?
3. Hvornår skifter et tal fra at være et led til at være sammensat?

### Opgave 3.4

1. I §4 giver HAUKR ERLENDSSON (ca. 1265–1334) en forklaring på betegnelserne 'fin- gre' og 'led'. Stemmer det med dine svar til opgave 3.3?
2. Hvorfor står der mon, at „man skal sætte fingeren *før* leddet“, når man skal skrive et sammensat tal?

### Opgave 3.5

1. Hvordan afgør man ifølge teksten, om et tal er lige og ulige? Stemmer det med den måde, vi afgør det på i dag?
2. Hvorfor er det et tilstrækkeligt krav, at tallet bare skal indeholde en ulige finger, for at det er ulige?
3. Hvordan afgøres om tallene 6, 19, 30, 47, 58, 71 og 262 er hhv. lige eller ulige ved at bruge HAUKRS metode?
4. Er der noget ved metoden, der undrer dig?

### Opgave 3.6

1. Hvad er de syv grene, som omtales i kilden?
2. Giv et bud på hvad der menes med mangfoldiggørelse.
3. Giv et bud på hvad et firkantet tal er (hint: man kan åbenbart tage noget, der hedder rod på det).
4. Giv et bud på hvad ottehjørnede tal er (hint: man kan også tage noget der hedder rod på denne slags tal).

### Opgave 3.7

1. Hvilke regningsarter skal udføres fra højre?
2. Hvilke regningsarter skal udføres fra venstre?
3. Giv et bud på hvorfor der er forskel.



### Opgave 3.8

1. Læs først afsnittet, hvor det forklares, hvordan to tal lægges sammen.
2. Herunder er algoritmen skrevet ned i nummererede trin (se algoritme ??). Forklar med egne ord, hvad der menes med den tekst, der er markeret med fed skrift.
3. Udfør algoritmen med tallene 6720 og 927. Husk for hver udregning at nedskrive trinnummer.
4. Hvordan lægger vi tal sammen i dag? Nedskriv med egne ord en algoritme til at lægge to tal sammen.

### Opgave 3.9

1. Læs afsnittet, hvor det forklares, hvordan to tal trækkes fra hinanden.
2. Nedskriv derefter afsnittet som en algoritme, hvor du bruger ordene fra teksten, men med tilføjede forklaringer, hvor det behøves (se opgave 3.8.2 og algoritme ??).
3. Udfør algoritmen med tallene 2475 og 306.
4. Ligner metoden den, man benytter i dag?
5. Nedskriv med egne ord en algoritme til at trække to tal fra hinanden.

**Opgave 3.10**

1. Læs først afsnittet, hvor det forklares, hvordan man fordobler et tal.
2. Hvorfor var det mon nødvendigt for HAUKR at skrive den første sætning?
3. I hvilken retning skal man gå, når man fordobler (venstre mod højre eller højre mod venstre)?
4. Herunder er 572 fordoblet. Følg algoritmen og nedskriv hvert trin. Hvilken sammenhæng er der mellem de grønne tal og de røde tal?

572 \_\_\_\_\_

1072 \_\_\_\_\_

1072 \_\_\_\_\_

1142 \_\_\_\_\_

1142 \_\_\_\_\_

1144 \_\_\_\_\_

5. Herunder er der skrevet forklaringer til 869, som bliver fordoblet. Skriv de rigtige tal tilhørende de forskellige trin i algoritmen.

\_\_\_\_\_ Dette skal fordobles.

\_\_\_\_\_ Du fordobler cifferet længst til venstre, som er 8. Det giver 16.  
Skriv det overskydende, altså 1, på forrige plads.

\_\_\_\_\_ Dernæst fordobles næste ciffer, som er 6. Det giver 12.  
Skriv det overskydende på forrige plads og læg til.

\_\_\_\_\_ Dernæst fordobles næste ciffer, som er 9. Det giver 18.  
Skriv det overskydende ned på forrige plads og læg til.

\_\_\_\_\_ Dette er resultatet.

6. Hvordan fordobler man i dag?

### Opgave 3.11

1. Læs afsnittet om, hvordan man halverer et tal.
2. I hvilken retning skal man gå, når man halverer? Er det den samme retning som ved fordobling? Hvorfor/hvorfor ikke, tror du?
3. Hvordan halverer vi i dag?
4. Nedskriv en algoritme for at halvere et lige tal og et ulige tal. Den kan være baseret på HAUKRS opskrift eller på, hvordan du selv ville beskrive at halvere tal.

### Opgave 3.12

1. Læs afsnittet igennem. Du behøver ikke i første omgang at forstå det hele, men se om du kan få et overblik — og tænk hele tiden på, at HAUKR prøver at forklare noget med ord, som måske er nemmere at vise med en udregning.
2. Hvordan skal man skrive de to tal op, som man vil gange med hinanden? Hvorfor er det vigtigt?
3. Hvordan ganger man cifrene med hinanden? Er det er en god regel i alle tilfælde?
4. Nedskriv en algoritme for at gange to tal med hinanden ud fra beskrivelsen. Giver hele HAUKRS beskrivelse mening? Er der noget, du er i tvivl om? Hjælper det at lave et eksempel?
5. Sammenlign HAUKRS metode med den, du selv ville bruge, hvis du ikke havde en lommeregner eller en computer. Hvilke forskelle og ligheder er der? Overvej hvilken metode, der er mest velegnet. Er din metode korrekt og generel? Er HAUKRS metode korrekt og generel?

### Opgave 3.13

1. Læs afsnittet igennem, og prøv at få et overblik. Det er i første omgang ikke nødvendigt, at du forstår alle detaljer.
2. Hvordan skal man skrive de to tal, der skal ganges med hinanden?
3. Nedskriv en algoritme for, hvordan man deler to tal med hinanden. Er der noget, du er i tvivl om? Hjælper det at lave et eksempel?
4. Sammenlign denne metode med den, du selv ville bruge, hvis du ikke havde en lommeregner eller en computer til rådighed. Hvilke forskelle og ligheder er der? Overvej hvilken metode, der er den bedste. Er de begge korrekte?

### Opgave 3.14

1. Gennemgå og forklar, hvordan man med den ovenfor beskrevne opskrift kan uddrage kvadratroden af 2401.
2. Gennemgå og forklar derefter, hvordan man med opskriften kan uddrage kvadratroden af 57.121.
3. Hold nu dine forklaringer og eksempler op imod HAUKRS beskrivelse. Kan du forstå og forklare, hvad han gør? Er det rimeligt at hævde, at HAUKRS algoritme og den ovenfor beskrevne er den samme?

### Opgave 4.1

1. Find eksempler på brugen af romertal. Hint: Kig fx på bøger, film og bygninger. I kan evt. lave en foto-safari rundt i jeres by og jagte fx talsystemer.
2. Hvorfor tror I, at man har brugt romertal?



### Opgave 4.2

Der er mange spørgsmål, man kan overveje i forbindelse med brugen af romertallene, fx:

1. Er det et problem, at der ikke er et sæt nedskrevne regler for romertallene? Kan man fx misforstå, hvis man skriver IIII i stedet for IV?
2. Hvilke begrænsninger har romertallene? Hvor store tal kan du rent faktisk skrive?
3. Hvor let er det at vurdere et tal? Er det let at gennemskue om et tal er større end et andet? Hvordan kan man se om et tal er ulige, eller om det er lige?
4. Hvordan regner man med romertallene? Er det let at lægge to tal sammen? Trække dem fra hinanden? Hvad med at gange og dividere?

### **Opgave 5.1**

Hvem er de to navngivne personer? Hvad kan du finde ud af om dem? Hvorfor er de med på billedet? NB: Læg mærke til at vi normalt staver deres navne BOËTHIUS og PYTHAGORAS.

### **Opgave 5.2**

Hvad laver de to navngivne personer på billedet? Kan du gennemskue deres udregninger?

### Opgave 5.3

Personen i midten er en personifikation af aritmetikken.

1. Udover navnet hvordan viser man så, at der er tale om aritmetikken?
2. Hvilke tal fortsætter de to talrækker?
3. Kan du skrive en formel for de to rækker?

#### **Opgave 5.4**

Hvilken historie fortæller billedet? – Hvor kigger personen i midten hen? Hvordan ser personernes ansigtsudtryk ud? Hvor er det lyst, og hvor er det mørkt?

### Opgave 5.5

1. Læs de to tekstuddrag.
2. Lav en liste med argumenterne for, at det tog så lang tid at indføre de hindu-arabiske tal.
3. Er der nogle af argumenterne, der er mere overbevisende end andre?
4. Kender du til tilsvarende forsinkelser i indførslen af anden teknologi — enten fra historieundervisningen eller fra dit eget liv?

### Opgave 6.1

1. Se på oversigterne over tallene fra de tidlige manuskripter. Hvad lægger du mærke til?
2. Hvilke tal ændrer sig mest? Hvilke tal ligner fra starten dem, vi bruger i dag? Og hvilke gør ikke?
3. Sammenlign med tallene fra *Algorismus*: Passer de ind i skemaet?

### Opgave 7.1

1. Tjek at algoritmen giver det korrekte svar.
2. Kan du følge algoritmen, hvis  $igibûm$  i stedet overstiger  $igûm$  med 5? Med 8?
3. Kan du ud fra kilden opskrive en generel formel?
4. Er der forskellige oplysninger i algoritmen og i formlen? Hvordan vil du karakterisere dem?



### **Opgave 7.2**

Kan du se, hvor der er tavs viden i den matematiske algoritme/formel?

### Opgave 7.3

Ovenfor har vi anvist, hvordan den mesopotamiske kilde kan fortolkes som en lukket formel. Prøv i stedet at skrive den op som en eksplicit rækkefølge af skridt, der skal udføres i overensstemmelse med definitionen af en algoritme. Hvor svært er det? Er det entydigt, hvad du skal gøre? Kan din algoritme (let) anvendes på andre tilfælde? Kan du programmere din algoritme i dit foretrukne programmeringssprog?

#### **Opgave 7.4**

Diskutér, hvorvidt beskrivelserne af addition og multiplikation i *Hauksbók* kan siges at være algoritmer i denne forstand. Nuancér dit svar ved at vurdere på de enkelte dele.

### Opgave 8.1

1. Undersøg matematikkens udvikling og rolle i middelalderen: Hvornår og hvordan forekom der kulturmøder mellem den islamiske verden og Vesteuropa?
2. Analyser kilden Algorismus med hovedvægt på §§1–7 samt én udvalgt paragraf fra §§8–13. Husk at du skal forholde dig kildekritisk til teksten.
3. Diskuter hvorfor omstillingen fra et talsystem til et andet kan være udfordrende og tage lang tid.
4. Giv et bud på hvorfor de hindu-arabiske tal vinder.